

# Szczegółowe wymagania edukacyjne z matematyki na poszczególne oceny dla klasy IIBg LO - zakres rozszerzony

## 1. PLANIMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
• uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• stosuje twierdzenie Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku $a$ : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania zadań
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
• stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta
• stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

• wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa
• stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii

## 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• wykonuje działania na wektorach
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej
• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

• oblicza odległość punktu od prostej
• oblicza pole figury stosując zależności między okręgami st stycznymi
• określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach
• opisuje koło w układzie współrzędnych
• podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka
• wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• stosuje równanie okręgu w zadaniach

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

• wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej
• stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje własności jednokładności w zadaniach

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń</li></ul>

### 3. WIELOMIANY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje wzory na kwadrat i sześcian sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania wielomianowe</li></ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę</li></ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza iloraz danych wielomianów</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>porównuje wielomiany</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe wymagające rozkładu na czynniki z zastosowaniem twierdzenia o współczynnikach całkowitych.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi</li></ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
• stosuje wzór: $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$
• analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
• rozwiązuje zadania z parametrem
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

• rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów

## 4. FUNKCJE WYMIERNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ o wektor i podaje jej własności
• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ , aby otrzymać wykres $g(x) = \frac{a}{x - p} + q$
• wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
• skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
• rozwiązuje proste równania wymierne

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje równania wymierne
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania tekstowych
• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną
• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej
• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności

• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
• rozwiązuje równania i nierówności wymierne
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
• szkicuje wykresy funkcji $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , $y =  f( x ) $ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o

## 5. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$ , $225^\circ$
• określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych
• zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie
• stosuje tożsamości trygonometryczne
• dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

• odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności
• szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y =  f(x) $ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
• rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $-90^\circ$ , $315^\circ$ , $1080^\circ$
---

• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
• wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f( x )$ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych
• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania równań i nierówności trygonometrycznych

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego
--

## 6. CIĄGI LICZBOWE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu
• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
• bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów
• oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje granicę ciągów <math>q^n</math> dla <math>q \in (-1; 1)</math> oraz <math>\frac{1}{n^k}</math> dla <math>k &gt; 0</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: <math>q^n</math> dla <math>q &gt; 0</math> oraz <math>n^k</math> dla <math>k &gt; 0</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność ciągów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach</li> </ul>

## 7. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza granice funkcji w nieskończoności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta ze wzorów <math>(c)' = 0</math>, <math>(x)' = 1</math>, <math>(x^2)' = 2x</math> oraz <math>(x^3)' = 3x^2</math> do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie</li> </ul>

• korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i
• zna i stosuje schemat badania własności funkcji

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie
• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
• oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe
• oblicza granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji
• sprawdza ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze
• oblicza pochodną funkcji w punkcie
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$
• uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie
• korzysta ze wzorów $(x^n)' = nx^{n-1}$ dla $n \in C \setminus \{0\}$ i $x \neq 0$ oraz $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dla $x \geq 0$ do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

• wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

• wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego

## 8. PLANIMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym



- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań</li></ul> |
|--|

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną** jeśli spełnił wymagania na ocenę dopuszczającą oraz dodatkowo:

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym</li></ul> |
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie</li></ul>           |
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta</li></ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności</li></ul> |
| <ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej</li></ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą** jeśli spełnił wymagania na ocenę dobrą oraz dodatkowo:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii</li></ul> |
| <ul style="list-style-type: none"><li>stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym</li></ul>   |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poprzednich poziomów oraz:

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu</li></ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>dowodzi wzory na pole trójkąta</li></ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt</li></ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów</li></ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów</li></ul> |